

El rerefons matemàtic en la música. La proporció àuria, la successió de Fibonacci i els nombres primers

Presentació

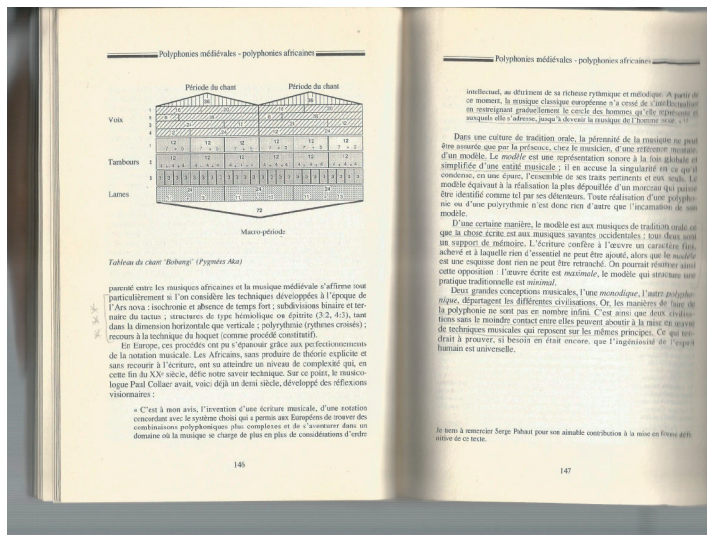
L'objectiu general sobre el qual s'organitza aquest treball és estudiar i analitzar l'estructura matemàtica subjacent en les composicions i identificar els elements bàsics que formen part de tota composició musical. Aquest objectiu es vol assolir tant des del punt de vista descriptiu com des del punt de vista sensorial, és a dir, des de la percepció que en tenen els oients.

Hipòtesi: Les composicions musicals tenen un rerefons matemàtic, però l'estructura musical respon a uns patrons matemàtics similars independentment de l'època i la cultura?

Metodologia

El procediment que hem seguit s'ha realitzat en tres fases de manera correlativa per tal de poder assolir els objectius del treball.

Primer, hem fet una recerca de fonts per establir els fonaments teòrics del treball, que ha consistit a entrevistar persones especialitzades en música per presentar les nostres propostes i per ajudar-nos a orientar el treball. Tot seguit, hem llegit bibliografia sobre el tema per tal d'obtenir els coneixements suficients per afrontar l'anàlisi de les obres.



En segon lloc, hem determinat el camp d'anàlisi per al nostre estudi triant les peces que permetessin fer una comparació que ens conduís a verificar la nostra hipòtesi. Ho hem fet basant-nos en la durada de les peces, la claredat de la seva estructura i la «sonoritat» de les composicions.

Per a l'anàlisi, ens hem basat en aplicar patrons matemàtics sobre cadascuna de les obres triades tot observant les similituds i diferències entre elles. A partir de l'escolta atenta de les obres i amb el suport de les fonts bibliogràfiques consultades hem pogut inferir conclusions que ens han ajudat a verificar la hipòtesi.

En tercer lloc, hem realitzat un treball de camp amb grups d'alumnes similars en edat de l'Escorial i de l'EMVIC. En el primer cas buscàvem alumnes sense uns coneixements musicals previs, mentre que en el segon cas ens adreçàvem a alumnes amb estudis musicals, i això ens havia de permetre analitzar la percepció de l'oïent envers cada una de les obres. Finalment, hem tret conclusions dels tres apartats.

Cos del treball

Definim 1,6180 com el valor aproximat de la proporció àuria (ϕ). Els nombres de la successió de Fibonacci són elements d'una sèrie infinita, on el primer nombre és

l'1, i cada nombre següent és la suma dels dos anteriors. Si examinem els nombres de la successió de Fibonacci i calculem el quocient entre els nombres consecutius, basant-nos en els estudis de Kepler, observem que s'acosten cada vegada més a la proporció àuria. Entenem per nombre primer aquell nombre natural (enter i positiu) més gran que 1 que només es pot dividir per 1 i per ell mateix. També es pot dir que és aquell que únicament té 2 divisors enters.

Per a la tria de les obres hem escollit un autor destacat per l'ús de les proporcions en les seves obres musicals, Bartók. I per no estudiar un sol compositor hem decidit escollir dos músics més d'època i geografia diferents, per així poder comparar més àmpliament. Aquests són J. S. Bach i la tribu dels pigmeus Aka.

Tant en l'obra de Bartók (Música per a cordes, percussió i celesta) com la de Bach (Fuga núm. 2 en do menor) trobem un ús de la proporció àuria i de la successió de Fibonacci, però tot i ser europeus, els motius pels quals utilitzen les matemàtiques són totalment diferents. Bach fou influenciat per l'escola francesa i la música litúrgica, i en cap dels seus documents esmenta un ús conscient de les matemàtiques en les seves composicions. Contràriament a Bach, Bartók fou influenciat per la música folklòrica hongaresa, i té molts estudis que mostren una preocupació gairebé malaltissa per l'exactitud matemàtica.

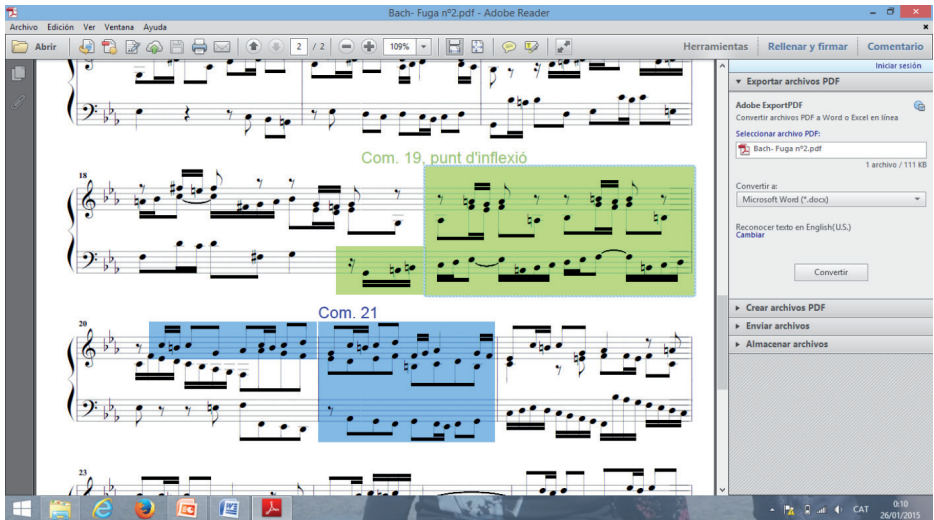
Els pigmeus Aka són una tribu de Centre Àfrica d'entre 20 i 40 persones que viuen en campaments. Es dediquen a la caça i a l'intercanvi. Tots els membres de la tribu comparteixen els mateixos coneixements, és a dir, no hi ha súperespecialització. Els pigmeus Aka fan música amb pocs tambors i es basen en les polifonies, totes les cançons estan lligades a les feines domèstiques.

Els pigmeus pertanyen a una cultura molt diferent a l'europea, i això es reflecteix molt bé en la música, ja que el seu sistema d'entendre i compondre la música és molt diferent al nostre. Des del punt de vista europeu, la música és equilibri, és a dir, les frases que constitueixen una obra són exactament simètriques. Els pigmeus troben que la simetria és avorrida, així doncs, les frases que fan són asimètriques (la meitat més u i la meitat menys u), els tambors també van a deshora, i els participants fan variacions i intercanvis de les seves veus.

Conclusions

Partint de la hipòtesi del nostre treball, que es basa en demostrar que les matemàtiques es troben subjacents en qualsevol composició musical independentment de l'època i de la cultura, després d'haver realitzat el nostre treball bibliogràfic i d'anàlisi amb l'ajuda de les opinions obtingues en el treball de camp podem concloure el següent:

1. En l'anàlisi de la peça de Bach es demostra que aquest compositor fa un ús de la proporció àuria i la successió de Fibonacci seguint unes pautes heretades cul-



turalment. Podem dir que el moviment barroc seguia els principis del Renaixement, i, per tant, de tradició clàssica, on les matemàtiques van tenir un gran pes en tots els àmbits de la cultura.

2. En el sondeig de la percepció auditiva en l'escolta de l'obra de Bach constatem que a la majoria dels participants els agrada (91% del grup A i 75% del grup B) perquè respon, segons les seves apreciacions, a una estructura simètrica i ordenada.

Entenem que, en aquest cas, la tradició cultural de les persones enquestades –independentment dels seus coneixements musicals– els predisposa a sentir aquesta peça musical com a quelcom agradable i complaent.

3. En l'anàlisi de la peça de Bartók es demostra que el compositor fa un ús conscient de la proporció àuria i la successió de Fibonacci. En una Europa transformada per la Primera Guerra Mundial, la societat i també la música es replanteixen tots els cànons de la tradició cultural heretada. Com a compositor del segle XX, i sota la influència de Schönberg, viu el trencament de l'estructura musical i adopta les característiques de l'expressionisme, basat sobretot, en el sistema dodecafònic. Afirmem, no obstant això, que l'autor qüestiona el sistema musical clàssic utilitzant els paràmetres propis dels seus predecessors.

4. En el sondeig de la percepció auditiva en l'escolta de l'obra de Bartók constatem que el nombre de participants que els agrada (50% del grup A i 25% del grup B) és molt menor que en el cas anterior perquè la troben poc ordenada, inestable, caòtica i desorganitzada. Per això afirmem que malgrat respondre a una estructura interna molt travada, per als oients -poc habituats a sentir aquest tipus de música i fins i tot els músics- és menys agradable escoltar-la. Considerem que probablement això succeeix per l'ús d'uns patrons matemàtics molt intel·lectualitzats, que com més s'escolten, més capacitat es té per valorar-los.

5. En l'anàlisi de la peça dels pigmeus Aka, dels quals encara queden molts estudis d'etnomusicologia per fer, es demostra que en algunes de les composicions aquesta música folklòrica fa un ús dels nombres primers seguint unes pautes heretades culturalment. La cultura matemàtica d'aquests grups centre-africans es basa en una enumeració de cinc, que és la matriu de l'estructura de les seves cançons, ja que utilitzen el sistema pentatònic.

6. En el sondeig de la percepció auditiva en l'escolta de la cançó dels pigmeus Aka, constatem que el nombre de participants que els agrada (65% del grup A i 50% del grup B) és força similar en els dos casos, la qual cosa ens permet afirmar que com que es tracta d'una tradició desconeguda -tant per als músics com per als no músics- l'escolten d'una manera similar i la descriuen com a lliure i agradable al mateix temps, malgrat no entendre'n l'estructura. Ens ha sorprès que en els dos grups els alumnes hagin manifestat les seves ganes de participar en la interpretació de la peça, que de fet, és la característica principal de la interpretació Aka.

7. La música és un codi, i com qualsevol llenguatge evoluciona amb el temps. Així doncs, existeixen músiques diferents, les podem conèixer més i millor segons els coneixements musicals que tenim i el context cultural en el qual ens trobem. En aquest treball hem constatat que de vegades donem per suposat que els nostres codis musicals són universals, però quan coneixem altres cultures ens adonem que això no és així.

8. En resum, hem observat que les obres estudiades que pertanyen a cultures similars tenen unes estructures matemàtiques comunes però que s'apliquen amb finalitats estètiques diferents. En el cas de la cultura africana, els patrons matemàtics continuen estructurant la música, però els trets culturals són diferents i sovint ens amaguen una realitat complexa que des de la visió occidental podria passar desapercebuda.

En conclusió, les estructures musicals utilitzades en cada estil de música diferent responen a diferents patrons segons l'època i la cultura. Com diu Debussy «la música és l'aritmètica dels sons»; i això és aplicable a totes les cultures.

Bibliografia

Llibres: BRINDLE, R. *La nova música (L'avantguarda des de 1945)*. Traducció per Àlex Alzina. Barcelona: Antoni Bosch, editor, 1979, cap. VI i VII. — *Diccionari de Música Clàssica*. Barcelona: Salvat Edicions, 2000. — GRABNER, H. *Teoría general de la música*. Madrid: Ediciones Akal, 2001, p. 11-15 i 59-65. — HEMENWAY, P. *El código secreto. La misteriosa fórmula que rige el arte, la naturaleza y la ciencia*. Xina: Evergreen, 2008. — HUGLO, M.; PÉRÈS, M. *Poluphonies de tradition orale. Histoire et traditions vivantes*. París: Éditions Créaphis, 1993, p. 102-147. — LOEB, D. «Aspectos matemáticos de la música». *Quodlibet, Revista de especialización musical*. [Madrid: Universidad de Alcalá], núm. 39 (2007), p. 50-67. — MARI, P. *Bartók*. Madrid: Espasa-Calpe S.A., 1976, p. 31-48 i 89. — SZABOLSCI, B. *Bartók, sa vie et son oeuvre*. París: Boosey & Hawkes, 1968, p. 94-97, 106-112 i 141-163. — TRUNBULL, C. *Los pigmeos. El pueblo de la selva*. Buenos Aires: Javier Vergara Editor, 1984. Webs: — IMSLP (Biblioteca musical) <[http://imslp.org/wiki/Prelude_and_Fugue_in_C_minor,_BWV_847_\(Bach,_Johann_Sebastian\)](http://imslp.org/wiki/Prelude_and_Fugue_in_C_minor,_BWV_847_(Bach,_Johann_Sebastian))> — IMSLP (biblioteca musical) <[http://imslp.org/wiki/Music_for_Strings,_Percussion_and_Celesta,_Sz.106_\(Bart%C3%B3k,_B%C3%A9la\)](http://imslp.org/wiki/Music_for_Strings,_Percussion_and_Celesta,_Sz.106_(Bart%C3%B3k,_B%C3%A9la))> — Diccionari de la Llengua Catalana <<http://dlc.iec.cat/>>.