

---

Alumne: Joan Sebastià Guillemet Forment

Tutor: Moisès Suades Sol

---

# Mecànica de l'esquí alpí

---

## Presentació

Des d'un principi tenia clar que volia enfocar el treball de recerca sobre aquells àmbits pels quals sento devoció, és a dir, el matemàtic i el físic, tot i que estava indecís sobre el tema concret al qual els aplicaria. Reflexionant durant un bon temps, vaig arribar a la conclusió que hauria de fer-ho d'un tema que m'agradés, i no pas d'un de qualsevol. Aleshores, vaig pensar en l'esport, aprofitant que involucrava mecànica i dinàmica gràcies a la complexa funcionalitat motriu del cos humà. Finalment, la meua elecció va ser l'esquí, l'activitat esportiva que més m'agrada practicar.

## Metodologia

Es podria dir que la metodologia aplicada en aquesta investigació es bifurca en dues branques. Per una banda hi ha la recerca bibliogràfica, essencial tant per estructurar el treball com per efectuar l'apartat teòric i pràctic. En el meu cas, s'ha accedit majoritàriament a fonts electròniques. Els temes d'incidència en la recerca bibliogràfica són la secció de variables dinàmiques, definicions dels conceptes com la cinemàtica curvilínia (s'ha hagut de fer especial recerca en aquest àmbit atesa la dificultat que suposa) i l'àrea que concerneix els dubtes i qüestions de la realització de l'apartat pràctic,

---



això és, la resolució dels problemes que hagin sorgit en el moment de programar o crear els codis i l'aplicació.

Per altra banda, les eines fonamentals sense les quals la pràctica no hauria pogut ser possible són: GeoGebra, per visualitzar el moviment rectilini; SimScale, per determinar les constants aerodinàmiques i les interaccions simulades entre el conjunt esquiador-partícules d'aire, i, finalment, Python, com a calculadora gràfica que en alguns casos emprava la integració numèrica per solucionar situacions complexes com les que es presenten en el moviment curvilini.

---

## Cos del treball

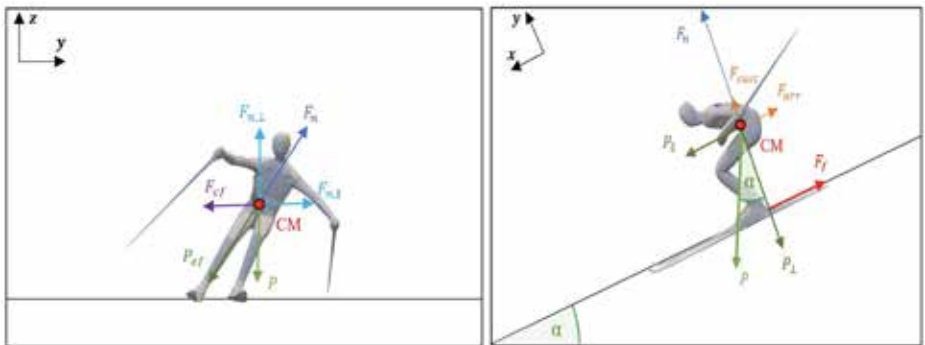
L'estructura conté 5 apartats principals.

Primerament es presentaran les àrees d'incidència implicades en cada cas; en altres termes, les dues branques de la mecànica que es tractaran són la dinàmica, incloent-hi la cinemàtica, i l'estàtica.

En el segon apartat es concretaran les variables dinàmiques implicades en els fenòmens físics de l'esquí alpí. Tenen una estreta relació amb la dinàmica, ja que inclouen les causes intrínseques del moviment, és a dir: les forces, l'energia (mecànica) i el treball. Altres conceptes que no són causants, però sí descriptors, del moviment serien el desplaçament, la velocitat, l'acceleració i el moment. En últim lloc, separat de la resta, encara que concorrent amb les forces, tenim el parell de forces que participa en la rotació dels cossos.

A continuació es definiran les constants, paràmetres o variables independents que seran necessaris per obtenir els resultats desitjats. Es classificaran segons si formen part del moviment rectilini o el curvilini. En el rectilini se n'hi trobaran més en comparació amb el curvilini i, atesa la complicació del darrer, s'idealitzaran les condicions eliminant la inclinació del terreny així com les forces oposades com la fricció i l'arrossegament pel vent, obtenint com a resultat una reducció del nombre de paràmetres. Tot seguit es fixaran les variables dependents i, per tant, aquelles que ens interessin a l'hora d'expressar els simuladors i les gràfiques que ajudaran a analitzar cada cas. Igual que fèiem amb les variables independents se separen segons la classe de moviment, rectilini i curvilini.

Finalment, l'últim apartat es focalitza en la resolució dels problemes presentats. Segons el tipus de problema es pot classificar en moviment rectilini, pertanyent al lliscament d'un cos sobre un pla inclinat, i en moviment curvilini, assimilant les extremitats inferiors amb un pèndol invertit que té una càrrega a la punta del fil, que simbolitza el seu centre de massa. El procés és el mateix per a ambdós amb la diferència que s'aconsegueixen les constants necessàries per calcular la força d'arrossegament.



---

Pel que fa als annexos, n'hi ha tres. El primer parla de la necessitat de dissenyar els models 3D per tal de dur a terme les simulacions aerodinàmiques. S'hi adjunten imatges frontals i de perfil dels tres models reeixits. El segon és una compilació de captures que descriu el procés de construcció del simulador de moviment rectilini fet a GeoGebra. L'últim inclou tots els codis fonamentals capaços de produir les gràfiques afegides al llarg del document, així com també les animacions del pèndol.

## **Conclusions**

Els objectius proposats al principi del treball eren elaborar unes noves eines d'anàlisi per tal d'aprofundir en el coneixement científic i divulgatiu de l'esquí alpí, i, a nivell personal, adquirir noves bases matemàtiques, físiques i computacionals i aconseguir de redactar un treball precís i explícit.

El primer s'ha complert. Són un total de disset programes, quinze dels quals són destinats a la cinemàtica i dinàmica curvilínia, i la resta (dos) un codi i una miniaplicació de GeoGebra, destinats al moviment rectilini.

Dels curvilinis, vuit corresponen a animacions que descriuen, a temps real, el moviment oscil·latori del pèndol invertit i les seves respectives trajectòries. Com que s'han presentat quatre models del pèndol, aleshores se n'ha fet un de cada per a cadascun obtenint-ne vuit. Dins d'aquests, quatre són les gràfiques pertanyents a cada tipus de pèndol. Després, n'hi ha tres que són particulars i tracten de temes ubicats dins dels quatre tipus de pèndols: relació angle - velocitat angular amb un camp de vectors, relatiu al model bàsic; representació de la funció de flexió i extensió de les cames, de la variació de l'alçada del centre de massa i la longitud del punt pivot al centre de massa, relatiu al model de flexió i extensió de cames, i, finalment, una gràfica tridimensional que relaciona el paràmetre velocitat, l'angle d'inclinació màxim o inicial i la força de reacció del terra, referents també al model de flexió i extensió de cames. Per als rectilinis, trobem una aplicació de GeoGebra que simula el cas d'un esquiador que baixa una pista tenint en compte la fricció i l'arrossegament de l'aire (amb l'aire estàtic) i una calculadora gràfica de les variables dependents dinàmiques d'un model més avançat on es té en compte el vent.

El factor interactiu que posseeixen tots els programes és clau perquè fa possible l'estudi d'infininat de casos i permet que fins i tot el lector contribueixi en el propi treball. Així s'afavoreix l'entesa de la teoria i és profitós tant per a l'autor com per al lector.

Pel que fa al segon propòsit, des que vaig començar el treball de recerca no he cessat d'obtenir nous coneixements corresponents a la física i a les matemàtiques, cosa que em serà útil en un futur. També la part pràctica m'ha fet entrar en la matemàtica computacional, i m'ha fet canviar la visió que tenia d'aquest tema. El fet que hagi triat una temàtica que m'apassiona, tot i que sigui complexa, m'ha motivat a superar les dificultats i a seguir aprenent nous conceptes i procediments. A més, voldria donar les gràcies

---

---

a tots els membres dels servidors d'assistència de tots els programaris que he utilitzat, o sigui, els membres que formen part dels servidors de GeoGebra, SimScale i Python. Finalment, i per concloure, trobo que la redacció del treball podria haver sigut encara més precisa en certs aspectes com en l'explicació del moviment curvilini. Un punt a favor del treball, però, el dono al Word, perquè amb l'ús dels esbossos creats a partir de les figures de Word m'he assegurat que conceptes poc clars s'il·lustressin de manera simple i evident per facilitar la seva comprensió.

### **Bibliografia web**

- Benson, Tom (2021). Viscosity [en línia]. <<https://www.grc.nasa.gov/www/BGH/viscosity.html>> [Consulta: 3 d'octubre 2021] - Engineering Toolbox, (2003). Atmospheric Pressure vs. Elevation above Sea Level [en línia]. <[https://www.engineeringtoolbox.com/air-altitude-pressure-d\\_462.html](https://www.engineeringtoolbox.com/air-altitude-pressure-d_462.html)> [Consulta: 1 oct. 2021] - Engineering Toolbox, (2004). Friction and Friction Coefficients [en línia]. <[https://www.engineeringtoolbox.com/friction-coefficients-d\\_778.html](https://www.engineeringtoolbox.com/friction-coefficients-d_778.html)> [Consulta: 30 ag. 2020] - Hall, Nancy (2021). What is lift? [en línia]. <<https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/lift1.html>> [Consulta: 29 set. 2021] - Komissarov, Serguei (2020), Dynamics of carving runs in alpine skiing. - The basic centrifugal pendulum [en línia]. <[https://www.researchgate.net/publication/339073953\\_Dynamics\\_of\\_carving\\_runs\\_in\\_alpine\\_skiing\\_I\\_The\\_basic\\_centrifugal\\_pendulum](https://www.researchgate.net/publication/339073953_Dynamics_of_carving_runs_in_alpine_skiing_I_The_basic_centrifugal_pendulum)> [Consulta: 4 oct. 2021] - Komissarov, Serguei (2020), Dynamics of carving runs in alpine skiing. II. Centrifugal pendulum with a retractable leg [en línia]. <[https://www.researchgate.net/publication/343309755\\_Dynamics\\_of\\_carving\\_runs\\_in\\_alpine\\_skiing\\_II\\_Centrifugal\\_pendulum\\_with\\_a\\_retractable\\_leg](https://www.researchgate.net/publication/343309755_Dynamics_of_carving_runs_in_alpine_skiing_II_Centrifugal_pendulum_with_a_retractable_leg)> [Consulta: 4 oct. 2021] - Kuroiwa, Daisuke (2017), The Kinetic Friction on Snow and Ice [en línia]. <<https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-glaciology/article/kinetic-friction-on-snow-and-ice/8DE77E-A547D0B5814213D3744660D466>> [Consulta: 30 ag. 2021] - Simscale (2021). SimScale: Simulation Software – Engineering in the Cloud [en línia]. <<https://www.simscale.com/>> [Consulta: 1 ag. 2021] - Wikipedia (2019). Fuerza aerodinámica [en línia]. <[https://es.wikipedia.org/wiki/Fuerza\\_aerodin%C3%A1mica](https://es.wikipedia.org/wiki/Fuerza_aerodin%C3%A1mica)> [Consulta: 29 set. 2021] - Viquipèdia (2021). Força centrípeta [en línia]. <[https://ca.wikipedia.org/wiki/For%C3%A7a\\_centric%C3%ADpeta](https://ca.wikipedia.org/wiki/For%C3%A7a_centric%C3%ADpeta)> [Consulta: 29 set. 2021] - Viquipèdia (2021). Força inercial [en línia]. <[https://ca.wikipedia.org/wiki/For%C3%A7a\\_inercial](https://ca.wikipedia.org/wiki/For%C3%A7a_inercial)> [Consulta: 29 set. 2021] - Viquipèdia (2021). Parell de forces [en línia]. <[https://ca.wikipedia.org/wiki/Parell\\_de\\_forces](https://ca.wikipedia.org/wiki/Parell_de_forces)> [Consulta: 30 set. 2021] - Wolfram (2021). Wolfram—Alpha Computational Intelligence [en línia]. <<https://www.wolframalpha.com/>> [Consulta: 26 jul 2021].

---